

- 1)** Se consideră polinomul  $f = X^3 - 3X^2 + aX + b$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$ , care are rădăcinile  $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$ .  
Determinați  $a, b$  în fiecare dintre cazurile următoare:
- ( 10p ) a) o rădăcină este egală cu  $1 + i$  ;
- ( 10p ) b) restul împărțirii lui  $f(X+1)$  la  $X-1$  este 2, iar restul împărțirii lui  $f(X-1)$  la  $X-2$  este 0 ;
- ( 10p ) c)  $x_1 = x_2 = x_3$  ;
- ( 10p ) d)  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1$  și  $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = -3$ .
- 2)** Se consideră polinoamele  $f = X^3 + \hat{2} \cdot X^2 + \hat{2} \cdot X + \hat{1}$  și  $g = X^2 + X + a$  cu coeficienți din  $\mathbb{Z}_5$ .
- ( 10p ) a) Pentru  $a = \hat{1}$ , determinați câtul și restul împărțirii lui  $f$  la  $g$  ;
- ( 10p ) b) Determinați  $a \in \mathbb{Z}_5$  pentru care polinomul  $g$  este ireductibil peste  $\mathbb{Z}_5$  ;
- ( 10p ) c) Arătați că, pentru orice  $a \in \mathbb{Z}_5$ , funcția polinomială  $g: \mathbb{Z}_5 \rightarrow \mathbb{Z}_5, g(x) = x^2 + x + a$  nu este surjectivă .
- ( 10p ) **3)** Rezolvați, în mulțimea numerelor complexe, ecuația :  $x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 3x + 1 = 0$ .

Notă: Din oficiu se acordă 20 de puncte.